

§ 估计的无偏性

- 定义 若统计量 $T = T(X_1, \dots, X_n)$ 满足

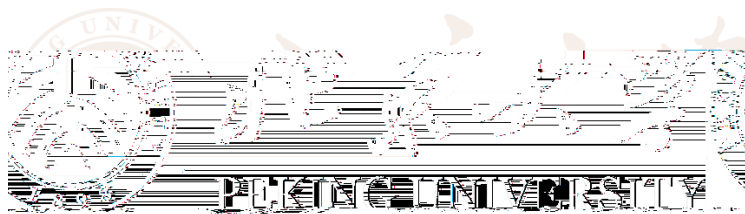
$$E_{\theta}T = g(\theta), \quad \forall \theta \in \Theta$$

则称 T 为 $g(\theta)$ 的无偏估计

例 样本均值 \bar{X} 是期望 $E_{\theta}X$ 的无偏估计

$$E_{\theta}\bar{X} = E_{\theta}\frac{(X_1 + \dots + X_n)}{n}$$

$$= \frac{1}{n}(E_{\theta}X_1 + \dots + E_{\theta}X_n) =$$



例 1. 总体 $X \sim \lambda, p(\lambda)$, 样本量 n 寻找 λ 的无偏估计.

- 最大似然估计. 矩估计. $\lambda = \frac{n}{S_n}$ 其中

$$S_n = X_1 + \cdots + X_n \sim (n, \lambda), \quad p_{S_n}(y) = \frac{\lambda^n}{n!} y^{n-1} e^{-\lambda y}, \quad y > 0.$$

于是

$$E \frac{n}{S_n} = \int_0^{\infty} \frac{n}{y} \frac{\lambda^n}{n!} y^{n-1} e^{-\lambda y} dy = \frac{\lambda^n}{(n-1)!} \int_0^{\infty} y^{n-2} e^{-\lambda y} dy = \frac{\lambda^n}{(n-1)!} \frac{(n-1)!}{\lambda^{n-1}} = \lambda.$$