

## §7.2 矩估计

- **思想:** 样本矩  $\approx$  真实矩. **理论:** LLN.
- 总体矩:  $\alpha_k = \alpha_k(\theta) = E_{\theta} X^k$ , 是参数的函数.

● 样本矩:  $a_k = \overline{X^k} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k$  或  $\overline{x^k}$ , 是统计量.

● 定义2.1:

(1) 称  $a_k$  为  $\alpha_k$  的矩估计

(2) 若待估量  $g(\theta) = \phi(\alpha_1, \dots, \alpha_k)$ , 其中  $\phi$  为连续函数, 则称  $\phi(a_1, \dots, a_k)$  为  $g(\theta)$  的矩估计.

例2.1 (续例1.1) 飞机最大飞行速度  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 样本量:  $n$ .  
求  $\mu, \sigma^2$  的矩估计.

- Step 1. 将待估量写为矩的函数:

$$\mu = \alpha_1, \quad \sigma^2 = \alpha_2 - \alpha_1^2.$$

- Step 2. 求涉及到的样本矩:  $a_1 = \bar{x}, a_2 = \overline{x^2}$ .

- Step 3. 代入函数:

$$\hat{\mu} = \bar{x}, \quad \hat{\sigma}^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

例2.4. 总体:  $X \sim U(0, \theta)$ . 样本量:  $n$ . 求 $\theta$  的矩估计.

- $\alpha_1 = \frac{1}{2}\theta$ , 即 $\theta = 2\alpha_1$ . 故 $\hat{\theta}_1 = 2\bar{X}$  是 $\theta$  的矩估计.
- $\alpha_2 = \frac{1}{3}\theta^2$ , 即 $\theta = \sqrt{3\alpha_2}$ . 从而 $\hat{\theta}_2 = \sqrt{3\bar{X}^2}$  也是 $\theta$  的矩估计.
- 

