例7.4. 甲、乙两人比赛, 每局甲赢的概率为p, 乙赢的概率为$q = 1 - p$, 赢者得1分, 输者得0分. 累计先得2 分者胜出. 求: 甲胜出的概率.

- $A =$“甲胜出”, $B =$“头两局甲赢”, $\tilde{B} =$“头两局乙赢”, $C =$“头两局甲、乙各赢一局”.
- $A = B \cup (CA)$, 于是

$$P(A) = P(B) + P(C)P(A|C) = P(B) + P(C)P(A).$$

- $P(B) = p^2$, $P(C) = 2pq$.
- 解得:

$$P(A) = \frac{p^2}{1 - 2pq} = \frac{p^2}{p^2 + q^2} = P(B|B \cup \tilde{B}).$$

例7.5. 甲、乙两人轮流投两颗散子(甲先). 甲胜的目标: 投出(总和为) 6 点; 乙胜的目标: 投出(总和为) 7 点. 求: 甲胜的概　.

- 令$A =$“甲胜”, $B =$“甲第1次投出6 点”, $C =$“乙第1次投出7 点”.
- $A = B \cup (B^c C^c A)$, 于是

$$P(A) = P(B) + P(B^c C^c) P(A|B^c C^c) = P(B) + P(B^c C^c) P(A).$$

- $P(B) = \frac{5}{36}$, $P(B^c C^c) = \left(1 - \frac{5}{36}\right) \times \left(1 - \frac{6}{36}\right) = \frac{31}{36} \times \frac{5}{6}$.
- 解得:

$$P(A) = \frac{\frac{5}{36}}{1 - \frac{31}{36} \times \frac{5}{6}} = \frac{30}{36 \times 6 - 31 \times 5} = \frac{30}{61}.$$